

3.1 Quellen/Innenwiderstand

3.1.1 Prüfung einer Batterie

Wenn man wissen will, ob eine Batterie (Primärzelle) noch zu gebrauchen ist, bietet es sich an, ihre Spannung mit dem Voltmeter zu überprüfen. Es zeigt sich: Die Spannung liegt noch bei 1,5 V (Abbildung 1 links). Also ist alles in Ordnung. Nun legt man die Batterie in eine Taschenlampe

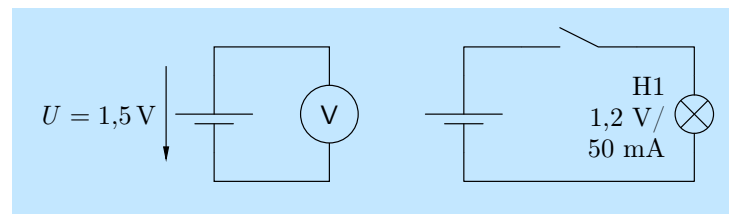


Abbildung 1: Batterieprüfung mit Problem

ein (mit einer Lampe mit den Nennwerten 1,2 V/50 mA, Abbildung 1 rechts) – und die Lampe leuchtet *nicht*. Was ist los?

Die Lösung findet man dann, wenn man die beiden Anordnungen verbindet, also Spannungsmessung und Anschalten einer Lampe (Abbildung 2). Nun zeigt sich: Wenn man eine Batterie

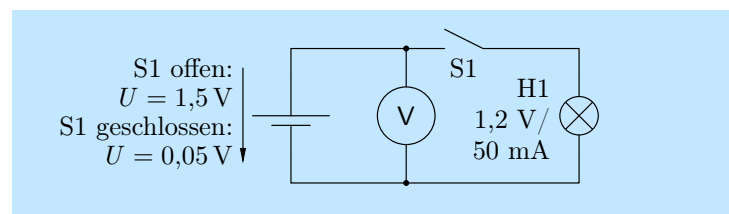


Abbildung 2: Des Rätsels Lösung

durch einen Verbraucher belastet, dann sinkt die abgegebene Spannung.

3.1.2 Kennlinie einer Batterie

Nun ist es interessant, nach welcher Gesetzmäßigkeit die Spannung einer Batterie in die Knie geht: Passiert das ab einer bestimmten Stromstärke ganz plötzlich oder nimmt der Effekt bei zunehmender Stromstärke ganz langsam zu? Abbildung 3 zeigt den Aufbau eines dazu passenden Versuchs. Er sieht prinzipiell ähnlich aus wie der Versuch zum Ohm'schen Gesetz. Aber hier wird nicht der Widerstand untersucht (dessen Kennlinie ist bekanntlicherweise durch $U = RI$ gegeben), sondern die Energiequelle selbst. Tabelle 1 zeigt die aufgetretenen Messwerte bei der

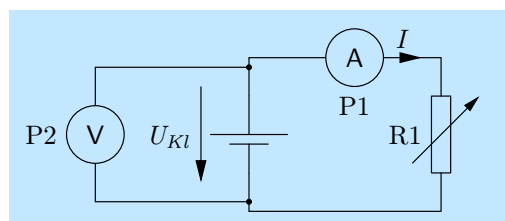


Abbildung 3: Versuchsaufbau

oben benutzten Batterie. U_{Kl} meint die Spannung an den Anschlüssen (auch Klemmen genannt), die so genannte *Klemmenspannung*. Die Spannung sinkt also offenbar mit der Stromstärke linear ab

I/mA	0	0,5	1	1,5	2
U_{KI}/V	1,5	1,125	0,75	0,375	0

Tabelle 1: Messwerte Batterie A

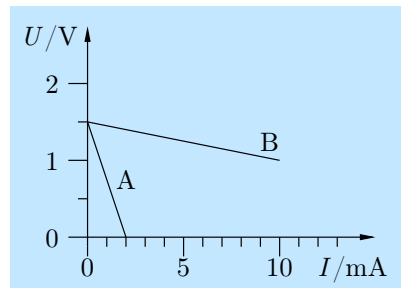


Abbildung 4:

(Abbildung 4, Kennlinie A). Wie unterscheidet sich nun eine verbrauchte von einer neuen Batterie? Der obige Versuch gibt an einer anderen Batterie die Messwerte nach Tabelle 2. Auch hier sinkt

I/mA	0	2	4	6	8	10
U_{KI}/V	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0

Tabelle 2: Messwerte Batterie B

die Spannung linear mit der Stromstärke ab, nur nicht so stark (Abbildung 4, Kennlinie B).

3.1.3 Formel zum Spannungsverlauf

Nun wird für die Verläufe eine mathematische Beschreibung gesucht. Für eine fallende Gerade kann man angeben (Abbildung 5):

$$y = b - mx$$

Übertragen auf die U - I -Kennlinie gibt dies die Bauelementgleichung der Batterie:

$$U_{KI} = U_0 - R_i \cdot I \quad (1)$$

Dann ist U_0 die Leerlaufspannung der Batterie, also die Spannung, die bei $I = 0$ anliegt. U_{KI} ist die Spannung, die man an der Batterie messen kann. I ist wie immer die Stromstärke. Die Steigung m hat die Einheit eines Widerstands: $U_{KI} - U_0 = m \cdot I$, also wird sie als Innenwiderstand R_i der Batterie beschrieben. Natürlich ist in der Batterie kein eigener Widerstand eingebaut (dann könnte man ihn ja entfernen und hätte sofort wieder eine frische Batterie), aber ihr Verhalten ist so, als wäre dort ein Widerstand vorhanden.

3.1.4 Ersatzschaltbild

Eine mathematische Formel allein ist in der Praxis unhandlich. Deshalb hat man für Batterien, Netzteile und alle anderen Generatoren ein so genanntes Ersatzschaltbild konstruiert, mit dem man die Verhältnisse in einer Schaltung einfach erfassen kann. Dieses Ersatzschaltbild sieht man in Abbildung 6. Das Symbol ganz links ist das einer *idealen Spannungsquelle*. Das ist eine Quelle, die – ganz egal, wie hoch die Stromstärke ist – immer eine konstante Spannung U_0 abgibt. Solch eine Spannungsquelle gibt es nicht¹.

Oben in der Mitte ist R_i als Ohm'scher Widerstand eingezeichnet. Rechts sind die Anschlussklemmen, an denen man U_{KI} abgreifen kann. Und nun kann man verstehen: Je höher I ist, desto mehr Spannung $R_i \cdot I$ fällt an R_i ab.

¹Sie wäre auch gefährlich, denn bei Kurzschluss könnte sie einen unendlich hohen Strom abgeben.

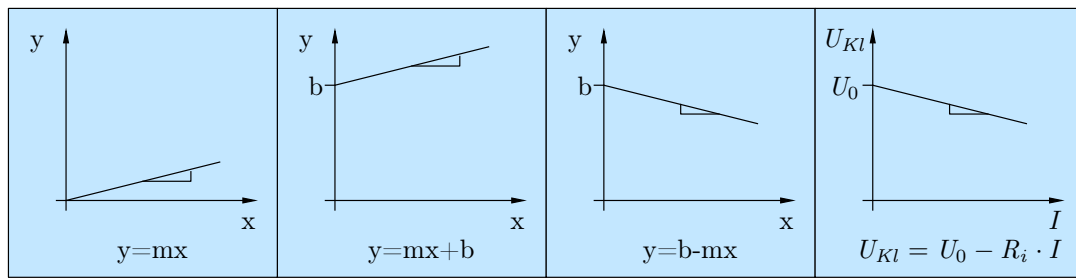


Abbildung 5: Entwicklung der Formel zum Spannungsverlauf

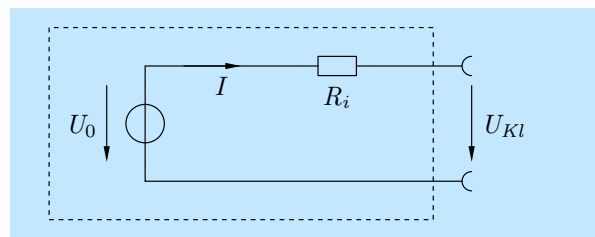


Abbildung 6: Ersatzschaltbild einer Batterie

Der gestrichelte Kasten umfasst die gesamte Batterie oder sonstigen Generator. Im Gegensatz zur idealen Spannungsquelle nennt man die Batterie bzw. den Generator eine *reale Quelle*.

3.1.5 Reale Quelle (Batterie) im Leerlauf, Kurzschluss und Belastungsfall

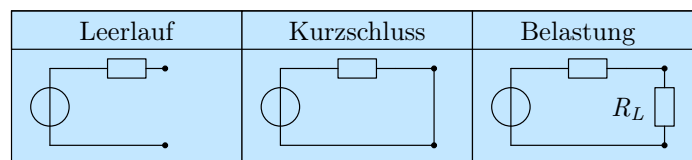


Abbildung 7: Betriebsfälle einer Batterie (oder sonstigen Generators)

Abbildung 7 (links) zeigt eine Batterie im Leerlaufbetrieb. Es gilt:

$$U_{Kl} = U_0$$

$$I = 0$$

Die nach außen abgegebene Leistung ist:

$$P_0 = U_0 \cdot I = U_0 \cdot 0 = 0$$

Abbildung 7 (Mitte) zeigt die Batterie im Kurzschlussbetrieb. Die Ausgangsklemmen sind durch einen kurzen Draht mit $R = 0\Omega$ überbrückt. Damit ist

$$U_{Kl} = R \cdot I = 0 \cdot I = 0$$

Die Kurzschluss-Stromstärke kann man mit Hilfe des Ersatzschaltbildes ganz einfach aus dem Ohm'schen Gesetz berechnen:

$$I_K = U_0 / R_i$$

Und die nach außen abgegebene Leistung ist:

$$P_K = U_{Kl} \cdot I_K = 0 \cdot I_K = 0$$

Abbildung 7 (rechts) zeigt die Batterie mit einem Verbraucher R_L (L wie Lastwiderstand). Hier hat man eine Reihenschaltung von R_i und R_L . Jetzt kann man wie bei einer normalen Reihenschaltung weiterrechnen:

$$I = U_0 / R_{ges} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

$$U_{Kl} = R_L \cdot I = U_0 \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

$$P_L = U_{Kl} \cdot I = U_0 \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot \frac{U_0}{R_i + R_L} = \frac{U_0^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}$$

3.1.6 Berechnung des Innenwiderstands

Wie berechnet man eigentlich den Innenwiderstand einer realen Quelle? Egal, wie man es anstellt, man muss immer zwei Messungen vornehmen. Am einfachsten ist es, im Leerlauf die Spannung U_0 zu messen. Danach stellt man einen Kurzschluss her und misst den Kurzschlussstrom I_K . Dann rechnet man (im Beispiel für Batterie A):

$$R_i = U_0 / I_K = 1,5 \text{ V} / 2 \text{ mA} = 750 \Omega$$

Leider kann man das mit dem Kurzschluss fast nie machen. So kann die Quelle zerstört werden (lebensgefährlich bei Autobatterien, ebenso bei Großtransformatoren) oder eine Sicherung kann auslösen (harmloser Fall) oder der Draht, der den Kurzschluss herstellt, kann verglühen. Deshalb muss man in der Regel neben dem Leerlauf einen weiteren Betriebspunkt X verwenden und $U_{Kl,X}$ und I_X messen. Dann nimmt man die Bauelementgleichung der Batterie (Formel Nr. 1) und formt sie um (im Beispiel für Batterie B):

$$R_i = \frac{U_0 - U_{Kl,X}}{I_X} = \frac{1,5 \text{ V} - 1,0 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 50 \Omega$$

In manchen Fällen kann man auch den Leerlauf nicht herbeiführen. Dann braucht man die Spannungen und die Stromstärken für zwei verschiedene Betriebsfälle X und Y. Da R_i der (negativen) Steigung m entspricht, muss man rechnen:

$$R_i = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{U_X - U_Y}{I_X - I_Y} \quad (2)$$